



بخش آموزش رسانه تفریحی سنتر

کلیک کنید  www.tafrihicenter.ir/edu

نمونه سوال  گام به گام

امتحان نهایی  جزوه

دانلود آزمون های آزمایشی 

متوسطه اول : هفتم ... هشتم ... نهم

متوسطه دوم : دهم ... یازدهم ... دوازدهم

www.tafrihicenter.ir

درس اول : اتحاد

اتحاد : یک تساوی از عبارت های جبری که به ازای تمام مقادیر متغیر ها برقرار است .

اتحاد مربع دو جمله ای : اولی به توان دو ، دو برابر اولی در دومی ، دومی به توان دو .

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

مثال : با استفاده از اتحاد ها ، حاصل عبارت های زیر را بیابید .

الف) $(2x+1)^2 =$

ب) $(3a - \frac{1}{3})^2 =$

ج) $(2-4x)^2 =$

د) $(x + \sqrt{3})^2 =$

ه) $(x^2 + \frac{1}{4})^2 =$

مثال : جاهای خالی را با عبارت مناسب پر کنید .

الف) $(\dots + 1)^2 = 4x^2 + \dots + 1$

ب) $(2a - \dots)^2 = \dots - \dots + \frac{1}{4}$

ج) $(\dots - \dots)^2 = 16 - \dots + 3x^2$

د) $(\dots + \sqrt{5})^2 = 9x^2 + \dots + \dots$

ه) $(x^3 + 2)^2 = \dots + \dots + \dots$

مثال : حاصل عبارت های زیر را به کمک اتحاد بیابید .

الف) $99^p =$

ب) $52^p =$

ج) $1003^p =$

د) $101^p =$

ه) $49^p =$

اتحاد مزدوج : اولی به توان دو ، منهای دومی به توان دو .

$$(a-b)(a+b) = a^2 - b^2$$

مثال : با استفاده از اتحاد ها ، حاصل عبارت های زیر را بیابید .

الف) $(x-4)(x+4) =$

ب) $(a-\sqrt{3})(a+\sqrt{3}) =$

ج) $(p-4x)(p+4x) =$

د) $(x^p + \frac{1}{p})(x^p - \frac{1}{p}) =$

ه) $(\sqrt{3}x+1)(\sqrt{3}x-1) =$

مثال : جاهای خالی را با عبارت مناسب پر کنید .

الف) $(\dots+1)(\dots-1) = 4x^p - \dots$

ب) $(\sqrt{pa} + \dots)(\sqrt{pa} - \dots) = \dots - \frac{1}{4}$

ج) $(\dots - \dots)(\dots + \dots) = 16 - 3x^p$

د) $(\sqrt{5}x - \sqrt{5})(\dots + \sqrt{5}) = \dots - \dots$

ه) $(x^p + 3)(x^p - 3) = \dots - \dots$

مثال : حاصل عبارت های زیر را به کمک اتحاد بیابید .

الف) $99 \times 101 =$

ب) $52 \times 48 =$

ج) $(\sqrt{5} - 2)(\sqrt{5} + 2) =$

د) $1005 \times 995 =$

ه) $67 \times 73 =$

اتحاد جمله مشترک : مشترک به توان دو ، مجموع غیر مشترک در مشترک ، ضرب غیر مشترک .

$$(x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab$$

مثال : با استفاده از اتحاد ها ، حاصل عبارت های زیر را بیابید .

الف) $(px - 1)(px + 4) =$

ب) $(a + \frac{1}{p})(a - \frac{1}{p}) =$

ج) $(pa + 3)(pa + 5) =$

د) $(x^p + \frac{p}{5})(x^p - \frac{p}{5}) =$

ه) $(3 + px)(3 + 5x) =$

مثال : جاهای خالی را با عبارت مناسب پر کنید .

الف) $(\dots + 1)(\dots - 3) = 4x^p - \dots - 3$

ب) $(px + \frac{1}{p})(px + \dots) = \dots - \dots + \frac{1}{p}$

ج) $(\mu x - \dots)(\mu x + \dots) = 9x^p - \dots - 5$

د) $(a - \frac{p}{\mu})(a + \frac{\mu}{p}) = \dots - \dots - \dots$

ه) $(x^{\mu} + \mu)(x^{\mu} + \nu) = \dots + \dots + \dots$

مثال : حاصل عبارت های زیر را به کمک اتحاد بیابید .

الف) $98 \times 101 =$

ب) $53 \times 55 =$

ج) $102 \times 103 =$

د) $1005 \times 998 =$

ه) $49 \times 73 =$

اتحاد چاق و لاغر : اولی به توان سه ، دومی به توان سه.

$$(a+b)(a^3 - ab + b^3) = a^3 + b^3$$

مثال : با استفاده از اتحاد ها ، حاصل عبارت های زیر را بیابید .

الف) $(px - 1)(14x^p + px + 1) =$

ب) $(a + \mu)(a^p - \mu a + 9) =$

ج) $(pa + 5)(14a^p - 10a + p5) =$

د) $(x^p + \frac{1}{p})(x^{\frac{p}{2}} - \frac{1}{p}x^p + \frac{1}{p}) =$

ه) $(\text{پ}x + \text{و})(\text{ز} - \text{ح}x + \text{ط}x^{\text{پ}}) =$

مثال : جاهای خالی را با عبارت مناسب پر کنید .

الف) $(\dots + 1)(x^{\text{پ}} - \dots + \dots) = x^{\text{و}} + \dots$

ب) $(\text{پ}x + \frac{1}{\text{پ}})(\dots - \dots + \dots) = \dots + \frac{1}{\text{ا}}$

ج) $(\text{و}x - \dots)(\dots + \dots + \text{ط}) = \dots - \dots$

د) $(\dots - \dots)(a^{\text{پ}} + \dots + \frac{\text{ز}}{\text{ط}}) = \dots - \dots$

ه) $(\dots + \text{و})(x^{\text{ط}} + \text{و}x^{\text{پ}} + \dots) = \dots + \dots$

اتحاد مکعب دو جمله ای : اولی به توان سه ، سه برابر مربع اولی در دومی ، سه برابر مربع دومی در اولی ، دومی به توان سه .

$$(a+b)^{\text{و}} = a^{\text{و}} + \text{و}a^{\text{پ}}b + \text{و}ab^{\text{پ}} + b^{\text{و}}$$

مثال : با استفاده از اتحاد ها ، حاصل عبارت های زیر را بیابید .

الف) $(\text{و}a + 1)^{\text{و}} =$

ب) $(ax - 1)^{\text{و}} =$

ج) $(\text{پ} - \text{ط}x)^{\text{و}} =$

د) $(x + \frac{1}{\text{و}})^{\text{و}} =$

ه) $(x^{\text{پ}} + \text{و})^{\text{و}} =$

مثال : جاهای خالی را با عبارت مناسب پر کنید .

الف) $(\dots + 1)^{\text{و}} = \text{ا}x^{\text{و}} + \dots + \dots + 1$

ب) $(pa - \dots)^w = \dots - \dots + \dots - \frac{1}{\lambda}$

ج) $(\dots - \dots)^w = 4\lambda - \dots + \dots - x^w$

د) $(\dots + \frac{1}{w})^w = w\lambda x^w + \dots + \dots$

ه) $(x^p + p)^w = \dots + \dots + \dots + \dots$

مثال : حاصل عبارت های زیر را به کمک اتحاد بیابید .

الف) $99^w = (100 - 1)^w =$

ب) $52^w =$

ج) $39^w =$

د) $101^w =$

ه) $49^w =$

تمرین

حاصل اتحاد های زیر را بیابید .

$(wx + p)^p =$

$(pa - \frac{1}{p})^p =$

$(1 - wx)^p =$

$(wx + \sqrt{p})^p =$

$(px^p + \frac{1}{p})^p =$

$$(x - \delta)(x + \delta) =$$

$$(pa - \sqrt{\mu})(pa + \sqrt{\mu}) =$$

$$(\mu - \kappa x)(\mu + \kappa x) =$$

$$(x^p + \frac{1}{\delta})(x^p - \frac{1}{\delta}) =$$

$$(\sqrt{p}x + \mu)(\sqrt{p}x - \mu) =$$

$$(px - \delta)(px + \kappa) =$$

$$(a + \frac{\kappa}{\mu})(a - \frac{1}{\mu}) =$$

$$(\mu a + \mu)(\mu a + \delta) =$$

$$(x^p + \frac{\mu}{p})(x^p + \frac{p}{\mu}) =$$

$$(1 - px)(1 + \zeta x) =$$

$$(\mu x - p)(qx^p + \zeta x + \kappa) =$$

$$(a + \kappa)(a^p + \kappa a + 1\zeta) =$$

$$(pa + \mu)(\kappa a^p - \zeta a + q) =$$

$$(x^{\mu} + \frac{1}{\kappa})(x^{\zeta} - \frac{1}{\kappa}x^{\mu} + \frac{1}{1\zeta}) =$$

$$(\mu + \frac{1}{p}x)(q - \frac{\mu}{p}x + \frac{1}{\kappa}x^p) =$$

$$(pa + \mu)^{\mu} =$$

$$(ax + p)^w =$$

$$(\delta - px)^w =$$

$$(x + \frac{1}{p})^w =$$

$$(x^p - 1)^w =$$

۱. جاهای خالی را با عبارت مناسب پر کنید .

$$(\dots + \delta)^p = x^p + \dots + p\delta$$

$$(pa - \dots)^p = \dots - \dots + \frac{1}{1q}$$

$$(\dots - \dots)^p = p - \dots + px^p$$

$$(\dots + p)(\dots - p) = px^p - \dots$$

$$(\sqrt{\delta a} + \dots)(\sqrt{\delta a} - \dots) = \dots - \frac{1}{q}$$

$$(\dots - \dots)(\dots + \dots) = p - x^p$$

$$(\dots + 1)(\dots - p) = px^p - \dots - p$$

$$(x + \frac{1}{p})(x + \dots) = \dots - \dots + 1$$

$$(px - \dots)(px + \dots) = 1qx^p - \dots - q$$

$$(\dots + 1)(px^p - \dots + \dots) = \lambda x^w + \dots$$

$$(px - \dots)(\dots + \dots + p\delta) = \dots - \dots$$

$$(\dots - \dots)(a^p + \dots + \frac{1}{q}) = \dots - \dots$$

$$(.....+1)^m = m \cdot x^m + + + 1$$

$$(ma -)^m = - + - \frac{1}{m}$$

$$(..... -)^m = m \cdot x^m - + - x^m$$

۲. حاصل عبارت های زیر را به کمک اتحاد بدست آورید .

$$98^p =$$

$$53^p =$$

$$53 \times 47 =$$

$$1004 \times 996 =$$

$$97 \times 101 =$$

$$52 \times 54 =$$

$$98^m =$$

$$51^m =$$

$$(.....+1)^m = p_1 x^m + + + 1$$

$$(pa -)^m = - + - \frac{1}{p_1}$$

$$(..... -)^m = 1p_1 - + - x^m$$

۲. حاصل عبارت های زیر را به کمک اتحاد بدست آورید .

$$98^p =$$

$$53^p =$$

$$53 \times 147 =$$

$$1004 \times 996 =$$

$$97 \times 101 =$$

$$52 \times 54 =$$

$$98^m =$$

$$51^m =$$

درس دوم : تجزیه

تجزیه : عبارت است از تبدیل یک عبارت جبری به حاصل ضرب عبارت های ساده تر .

به کمک فاکتورگیری : در صورتی که همه عبارات دارای عدد یا حروف مشترکی باشند ، حروف مشترک با کمترین توان و عدد مشترک را به عنوان فاکتور مشترک نوشته و جلوی آن پرانتزی باز می کنیم و تک تک عبارات را بر فاکتور مشترک تقسیم کرده و به ترتیب درون پرانتز می نویسیم .

مثال : عبارات زیر را تجزیه کنید . (توجه : جواب ها ممکن است هنوز به طور کامل تجزیه نشده باشند)

الف) $3x^5 + 2x^5 =$

ب) $2a^3 + 4a^4 + 8a^5 =$

ج) $x^6 + x^5 =$

د) $5x^4 + 10x =$

ه) $3x^5 + 12x + 4x^3 =$

به کمک اتحاد مزدوج : در صورتی که دو جمله ای غیر قابل فاکتور گیری داشته باشیم که حرف آن مربع باشد و بین جملات منفی باشد ، از اتحاد مزدوج برای تجزیه استفاده می شود .

مثال : عبارات زیر را تجزیه کنید .

الف) $x^2 - 149 =$

ب) $4x^3 - x =$

ج) $3x^2 - 12 =$

د) $x^4 - 16 =$

ه) $4x^5 - 25x^3 =$

به کمک اتحاد چاق و لاغر : در صورتی که دو جمله ای غیر قابل فاکتور گیری داشته باشیم که حرف آن مکعب باشد از اتحاد چاق و لاغر برای تجزیه استفاده می شود .

مثال : عبارات زیر را تجزیه کنید .

الف) $x^3 - 125 =$

ب) $x^6 - 1 =$

ج) $۳x^۳ - ۲۴ =$

د) $x^۶ + ۱ =$

ه) $۲۷x^۵ - ۸x^۲ =$

به کمک اتحاد جمله مشترک : در صورتی که سه جمله ای غیر قابل فاکتور گیری داشته باشیم که شکلی شبیه $ax^۲ + bx + c$ داشته باشد از اتحاد جمله مشترک برای تجزیه استفاده می کنیم .

مثال : عبارات زیر را تجزیه کنید .

الف) $x^۲ + ۵x + ۶ =$

ب) $۴x^۲ + ۴x + ۱ =$

ج) $x^۲ - x - ۱۲ =$

د) $۲۵x^۲ - ۲۰x + ۴ =$

ه) $x^۴ + x^۲ - ۶ =$

تمرین

۱. عبارات های زیر را تجزیه کنید .

$۵x^۵ + ۲x^۳ =$

$۲a^۵ + ۴a^۴ + ۸a^۳ =$

$x^۹ + x^۵ =$

$۷x^۶ + ۱۴x =$

$۳x^۵ + ۱۲x^۲ + ۶x =$

$x^۲ - ۶۴ =$

$$۴x^{\Delta} - x^{\text{و}} =$$

$$۶x^{\text{پ}} - ۲۴ =$$

$$x^{\text{ک}} - ۱ =$$

$$۴x^{\wedge} - ۲\Delta x^{\zeta} =$$

$$x^{\text{و}} - ۶۴ =$$

$$x^{\zeta} - ۸۱ =$$

$$۲x^{\text{و}} - \Delta ۴ =$$

$$x^{\zeta} + ۸ =$$

$$۲\vee x^{\Delta} + ۸x^{\text{پ}} =$$

$$x^{\text{پ}} + \vee x + ۱\bullet =$$

$$۴x^{\text{پ}} + ۱۲x + ۹ =$$

$$x^{\text{پ}} - x - ۲\bullet =$$

$$۹x^{\text{پ}} - ۱۰\bullet x + ۲\Delta =$$

$$x^{\text{ک}} + ۲x^{\text{پ}} + ۱ =$$

$$۴x^5 - x^3 =$$

$$۶x^۲ - ۲۴ =$$

$$x^۴ - ۱ =$$

$$۴x^۸ - ۲۵x^۶ =$$

$$x^۳ - ۶۴ =$$

$$x^۶ - ۸۱ =$$

$$۲x^۳ - ۵۴ =$$

$$x^۶ + ۸ =$$

$$۲۷x^5 + ۸x^۲ =$$

$$x^۲ + ۷x + ۱۰ =$$

$$۴x^۲ + ۱۲x + ۹ =$$

$$x^۲ - x - ۲۰ =$$

$$۹x^۲ - ۳۰x + ۲۵ =$$

$$x^۴ + ۲x^۲ + ۱ =$$

درس سوم : عبارت های گویا

چند جمله ای : عبارتی متشکل از اعداد و حروف لاتین که توان حروف ، اعداد طبیعی باشند را چند جمله ای می نامند .

نتیجه : عبارت هایی که رادیکال روی حروف لاتین قرار بگیرد ، چند جمله ای نخواهد بود .

عبارت گویا : عبارت کسری که پس از ساده شدن ، صورت و مخرج چند جمله ای باشد را ، عبارت گویا می نامند .

مثال : کدام یک از عبارت های زیر گویا هستند ؟

$$\sqrt{2x+x^2} \quad \frac{\sqrt{2x+x^2}}{x-1} \quad \frac{3x-5x^2+1}{x-4} \quad a^2+2a^2-\sqrt{2} \quad \sqrt{t^2}+2t^2$$

مقادیری که به ازای آنها عبارت گویا تعریف نمی شود : اگر عددی را به جای حرف لاتین در مخرج قرار دهیم و حاصل مخرج صفر شود ، عبارت گویا به ازای این عدد تعریف نخواهد شد .

اگر مخرج عبارت ساده نبود ابتدا آن را تجزیه کرده و سپس عددی که مخرج صفر کند می یابیم .

مثال : عبارات گویای زیر به ازای چه مقادیری تعریف نمی شوند ؟

الف) $\frac{3x-5x^2+1}{x-4}$

ب) $\frac{1}{3x-1}$

ج) $\frac{3x-5}{x^2-16x^2} =$

د) $\frac{3}{4x-8}$

ه) $\frac{x+1}{9x^2+18x+8}$

و) $\frac{2a+3a^2}{a^2+2a-15}$

ساده کردن عبارت های گویا : برای ساده کردن عبارت های گویا لازم است ابتدا صورت و مخرج آن را با روش هایی که آموختیم تجزیه کنیم و سپس عبارت های مشابه صورت و مخرج را حذف کنیم .

هشدار !!! : فقط در صورتی که بین عبارت ها در صورت و مخرج ، ضرب وجود داشته باشد ، می توان عبارت را ساده کرد و در غیر این صورت ساده کردن درست نیست .

به طور مثال : تساوی $\frac{\cancel{x}^1 + 3x + \cancel{x}^1}{\cancel{x}^1 - \cancel{x}^1} = \frac{3x}{-2}$ غلط است و تساوی درست $\frac{x^2 + 3x + 2}{(x-2)(x+2)} = \frac{x+1}{x-2}$ است .

مثال : عبارت های زیر را به ساده ترین شکل ممکن بنویسید .

الف) $\frac{4x^2 - 9}{4x^2 + 10x + 6} =$

ب) $\frac{x^6 - x}{x-1} = \frac{x(x^5 - 1)}{x-1} =$

ج) $\frac{x^2 + 6x + 9}{x^2 - 9} =$

د) $\frac{x^6 - 8x}{2x^2 - 8x + 8} =$

ه) $\frac{x^6 - 1}{x^6 - 1} =$

جمع و تفریق عبارت های گویا : برای جمع و تفریق عبارت های گویا باید ابتدا مخرج مشترک بگیریم ، (یعنی عبارتی که مضرب همه مخرج ها باشد) ، سپس همانند جمع و تفریق اعداد گویا عمل می کنیم .

مثال : حاصل عبارت های زیر را به دست آورید .

الف) $\frac{x}{x+1} - \frac{x+1}{x-1} =$

ب) $\frac{1}{x^2 - 4} + \frac{1}{x^2 + 2x} =$

$$ج) \frac{2x+3}{2x-2} - \frac{5}{x^2-1} =$$

$$د) \frac{x+2}{x^2-4x+4} - \frac{x+3}{x^2-4} - \frac{5}{x-2} =$$

تمرین

۱. کدام یک از عبارت های زیر گویا هستند ؟

$$\frac{\sqrt{x+1}}{x-1}$$

$$\frac{5x^2+1}{x-4}$$

$$\frac{b^3+2a}{3\sqrt{2}}$$

۲. عبارات گویای زیر به ازای چه مقادیری تعریف نمی شوند ؟

$$\frac{1}{x^2+4}$$

$$\frac{-5}{x^6-16x^4}$$

$$\frac{3x^2+2x}{x^2+2x+1}$$

$$\frac{x+1}{9x^2-18x+8}$$

۳. عبارت های زیر را به ساده ترین شکل ممکن بنویسید .

$$\frac{9x^2-4}{9x^2-3x-6} =$$

$$\frac{x^5 - 8x^2}{x - 2} =$$

$$\frac{x^2 + 4x + 4}{x^2 - 4} =$$

$$\frac{x^2 - 4x^2}{x^2 - 4x + 4} =$$

۴. حاصل عبارت های زیر را به دست آورید .

$$\frac{x}{x+1} - 1 =$$

$$\frac{2}{x^2 - 9} + \frac{2}{x^2 + 3x} =$$

$$\frac{x+3}{x^2 - 6x + 9} - \frac{x+2}{x^2 - 9} + \frac{5}{x-3} =$$